

1. Il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$|z(2+i)|^2 + 2(\operatorname{Im}z)^2 = (z^2 + \bar{z}^2) + 3$$

è dato da

Risp.: A : una circonferenza B : due punti C : un' ellisse D : due rette

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{n+3} (1 + e^{-n!}) \left(\frac{2}{n} - \sin\left(\frac{2}{n+1}\right) \right)^2}{(n+1)^{n-1} + \cos(n^n)}$$

vale

Risp.: A : $2^2 e$ B : $\frac{2^2}{e}$ C : 2^2 D : 0

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[\log^3 x - (x-1)^3] x^{\frac{2}{x-1}}}{[e^x - e] \sinh^3(x-1)}$$

vale

Risp.: A : $-\frac{3}{2}e$ B : $-e$ C : $-\frac{3}{2}e^2$ D : $-e^2$

4. Sia $\alpha \geq 0$. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1+x^\alpha}{(1-e^{-x})^\alpha (x^3+1)} dx$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha < 2$ B : $1 < \alpha < 2$ C : $\alpha > 2$ D : $\alpha < 1$

5. Sia $f :]0, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} (x-1) \log(|\sin(x-1)|) + \sqrt[3]{x-1} & \text{se } x \neq 1 \\ 0 & \text{se } x = 1. \end{cases}$$

Il punto $x = 1$ è

Risp.: A : un punto di salto B : un punto di non derivabilità a tangente verticale C : una cuspidè D : un punto in cui f è derivabile

6. L'integrale

$$\int_{-2}^{-1} \frac{\sqrt{x+3}}{x+3+\sqrt{x+3}} dx$$

vale

Risp.: A : $\sqrt{2} + \log\left(\frac{2}{\sqrt{2}+1}\right)$ B : $\sqrt{2} - 1 + \log\left(\frac{2}{\sqrt{2}+1}\right)$ C : $2\left(\sqrt{2} - 1 + \log\left(\frac{2}{\sqrt{2}+1}\right)\right)$ D : $2\log\left(\frac{2}{\sqrt{2}+1}\right)$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4y = 2e^x \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 4 \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}\left(\frac{1}{2}\right)$ vale

Risp.: A : $e + 2\sqrt{e}$ B : $2\sqrt{e}$ C : $e + \sqrt{e}$ D : \sqrt{e}

8. Sia data la funzione

$$f(x) = 2xe^{2\arctan\left(\frac{1}{x}\right)}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. V F

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ V F

(c) $y = 2(x+2)$ è asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$. V F

(d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = 2e^\pi$ e $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 2e^{-\pi}$ V F

(e) $x = 1$ è punto di flesso a tangente orizzontale. V F

(f) f è concava per $x > 1$. V F

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.