

1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'equazione

$$|e^{z^2+\alpha}| = [3 + i\operatorname{Im}(z)]^2$$

ammette soluzione se e solo se

Risp.: A : $\alpha \leq 2$ B : $\alpha > 2 \ln 3$ C : $\alpha > 2$ D : $\alpha \leq 2 \ln 3$

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{(n!)^2 - 3n - n!})(n+1)!}{(n+1)^3 \ln \frac{n+3}{n+2} + (n+3)^{\frac{1}{n}}}$$

vale

Risp.: A : $-\frac{3}{2}$ B : -3 C : $\frac{3}{e^3}$ D : $-\frac{3}{e^3}$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{e^{2x}}\right)}{\ln(\cosh(3x))}$$

vale

Risp.: A : $+\infty$ B : $\left(\frac{7}{3}\right)^2$ C : $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ D : 0

4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x) = \int_{-1}^x \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)}{t^2 + 7} dt.$$

La retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x = 1$ ha equazione

Risp.: A : $y = 0$ B : $y = \frac{1}{8}(x-1)$ C : $y = \frac{\pi}{2}(x-1)$ D : $y = \frac{\pi}{7}(x-1)$

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^\alpha}{(1+x^3)\arctan(7x^2)} dx$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha \geq 1$ B : $1 < \alpha \leq 2$ C : $1 \leq \alpha < 2$ D : $1 < \alpha < 2$

6. L'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + \sin(2x)}{4 + \sin^2 x} dx$$

vale

Risp.: A : $\ln \frac{5}{4} + \frac{1}{2} \arctan \frac{1}{2}$ B : $\ln \frac{5}{4}$ C : $\arctan \frac{5}{4}$ D : $\frac{1}{2} \ln \frac{1}{2}$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + (\tan x)y = \cos x \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\pi/3)$ vale

Risp.: A : 2 B : $2 + e$ C : 2π D : $2 + \frac{\pi}{6}$

8. Sia data la funzione

$$f(x) = xe^{\frac{49}{\ln x}}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) $\text{dom}(f) =]0, 1[\cup]1, +\infty[$ V F
- (b) f ammette asintoto obliquo a $+\infty$ V F
- (c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = 0$ V F
- (d) f ammette due punti di minimo locale V F
- (e) f è crescente su $]0, e^{-7}] \cup [e^7, +\infty[$ V F
- (f) L'equazione $f(x) = 1$ ammette quattro soluzioni V F
-

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.