

1. L'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\frac{\operatorname{Re}(z + 7e^{i\frac{\pi}{2}}) + \operatorname{Im}(z\bar{z} - 2)}{||z| - 2|} \in \mathbb{R}^+$$

è dato da

Risp.: A : un semipiano B : un semipiano meno una semicirconferenza C : una circonferenza D : tutto il piano meno una circonferenza

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^n \cos n - n^{2n}}{(n+2)^{2n} + n!}$$

vale

Risp.: A : -1 B : e^4 C : $-e^4$ D : $-\frac{1}{e^4}$

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{6 \ln(1 + 2(x - \sin x)) - 4x^3}{x^\alpha}$$

vale

Risp.: A : 0 se $\alpha < 3$, -2 se $\alpha = 3$, $-\infty$ se $\alpha > 3$ B : 0 se $\alpha > 3$, -2 se $\alpha = 3$, $-\infty$ se $\alpha < 3$
 C : 0 se $\alpha < 3$, 2 se $\alpha = 3$, $+\infty$ se $\alpha > 3$ D : 0 per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La funzione

$$f(x) = \begin{cases} (2 + x^2)^\alpha & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\ln(1 + \sin^2(2x))}{\arctan(x^\alpha)} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

ammette un punto di salto in $x = 0$ se e solo se

Risp.: A : $\alpha \leq 2$ B : $\alpha > 2$ C : $\alpha < 2$ D : $\alpha \geq 2$

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'integrale improprio

$$\int_0^2 \frac{1 - \cos x}{x^\alpha \ln(1 + \sqrt{x})} dx$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha > 1$ B : $\alpha > -3$ C : $\alpha < \frac{5}{2}$ D : $\alpha > \frac{5}{2}$

6. La media integrale della funzione

$$f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$$

sull'intervallo $[\ln 2, \ln 3]$ vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : \frac{\ln \frac{4}{3}}{\ln \frac{3}{2}} \quad \boxed{\text{B}} : \ln \frac{4}{3} \quad \boxed{\text{C}} : \frac{\ln \frac{4}{3}}{2} \quad \boxed{\text{D}} : 0$$

7. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione di

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{2}}{3}(2 + y^2)e^{2x} \\ y(0) = \sqrt{2} \tan \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x \rightarrow -\infty} \tilde{y}(x)$ vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : +\infty \quad \boxed{\text{B}} : -\infty \quad \boxed{\text{C}} : \tan \frac{1}{3} \quad \boxed{\text{D}} : 0$$

8. Sia data la funzione f definita da:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{|e^x - 3|}{e^x - 2}}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) Il dominio di f è $] \ln 2, +\infty[$ (b) f ammette asintoto verticale (c) f ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ (d) f ammette asintoti orizzontali (e) f è positiva

le uniche corrette sono

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : (\text{a}), (\text{b}), (\text{c}) \quad \boxed{\text{B}} : (\text{b}), (\text{d}) \quad \boxed{\text{C}} : (\text{a}), (\text{b}), (\text{d}) \quad \boxed{\text{D}} : (\text{b}), (\text{c}), (\text{e})$$

9. Sia f la funzione dell'esercizio 8. Delle seguenti affermazioni

(a) $f'(0) = -\frac{1}{3}$ (b) $x = \ln 3$ è un punto di minimo relativo (c) $f(] \ln 2, +\infty[) =]1, +\infty[$ (d) f è illimitata inferiormente (e) $x = \ln 3$ è un punto di cuspid

le uniche corrette sono

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : (\text{a}), (\text{b}), (\text{e}) \quad \boxed{\text{B}} : (\text{a}), (\text{c}), (\text{d}) \quad \boxed{\text{C}} : (\text{b}), (\text{d}), (\text{e}) \quad \boxed{\text{D}} : (\text{b}), (\text{c}), (\text{d}), (\text{e})$$

10. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.