Cognome e nome .... Firma ....

Matricola .... Corso di Laurea ....

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: **Esercizi 1-5**: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0. **Esercizio 6**: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = −0.25; risposta non data = 0.

---

1. Il luogo degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$iIm(2i(z+\bar{z})) + \frac{e^{\frac{3}{2}\pi i}}{e^{i\frac{\pi}{2}} - e^{i\pi} - e^{2i\pi}}[Re(z) + (Im(z))^2 - 7] = 0$$

è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: due punti $\boxed{\text{B}}$: quattro punti $\boxed{\text{C}}$: una parabola $\boxed{\text{D}}$: l'unione di una parabola e di una retta

---

2. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(n - n^2 \tan\frac{1}{n}\right)(n+2)!(n+2)^n}{[(n+1)! + \sin(n! - 2^n)]\,(n^n - n)}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $-\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $-\frac{e^2}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: e^2 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{e^2}{6}$

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+2x)\arctan\frac{1}{x^2}}{x^\alpha\sqrt{x^4+7}}\,dx$$

converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < 2$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha < -3$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < -3$ e $\alpha > 2$ $\boxed{\text{D}}$: $-3 < \alpha < 2$

---

4. L'integrale

$$\int_{-1}^{e^2} x|x-1|\,dx$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{e^6}{3} - \frac{e^4}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{e^6}{3} - \frac{e^4}{2} - \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{e^6}{3} - \frac{e^4}{2} + \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: 0

---

5. Il dominio della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 3x(y^2+1) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathbb{R}$ $\boxed{\text{B}}$: $]-\sqrt{\frac{\pi}{3}}, \sqrt{\frac{\pi}{3}}[$ $\boxed{\text{C}}$: $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ $\boxed{\text{D}}$: $]-\arctan\sqrt{\frac{\pi}{3}}, \arctan\sqrt{\frac{\pi}{3}}[$

---

6. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln x}{2 - \ln^2 x}.$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) Il dominio è dato da $]0, e^{-\sqrt{2}}[\cup]e^{-\sqrt{2}}, e^{\sqrt{2}}[\cup]e^{\sqrt{2}}, +\infty[$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) La funzione ammette tre asintoti verticali $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $\lim_{x\to(e^{-\sqrt{2}})^+} f(x) = -\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $f'(1) = 2$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) L'intervallo $]e^{-\sqrt{2}}, e^{\sqrt{2}}[$ contiene un punto di flesso di f $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
