

1. L'insieme dei numeri complessi  $z \in \mathbb{C}$  con  $Im(z) \geq 0$  e tali che

$$|z + 2|^2 + Re((z - i)^2) = 3$$

è dato da

*Risp.:*  A : una circonferenza  B : un arco di circonferenza  C : una retta  D : un arco di parabola

2. Sia  $\alpha \geq 0$ . Il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2} n^{\frac{1}{n}} + \frac{\sin(n!)}{n} \right) \frac{\sqrt{1 + n^2 + 7n^\alpha} - n}{\ln(1 + e^{n+2}) - \frac{n}{2}}$$

esiste finito se e solo se

*Risp.:*  A :  $\alpha \leq 3$   B :  $\alpha \leq 2$   C :  $\alpha < 2$   D :  $\alpha < 3$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 + \sin x)^{\frac{7}{x}} (\sin x - \frac{1}{2} \sin(2x))}{x^2 \tan x + e^{-\frac{1}{x}}}$$

vale

*Risp.:*  A :  $\frac{e^7}{2}$   B :  $\frac{1}{2}$   C :  $e^7$   D :  $+\infty$

4. Sia  $\alpha \geq -1$ . La serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)! + e^n}{(n! + n^2)(n^{\alpha+1} + \arctan \frac{1}{n})}$$

converge se e solo se

*Risp.:*  A :  $\alpha > 2$   B :  $\alpha \geq 2$   C :  $\alpha > 0$   D :  $\alpha \geq 0$

5. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da

$$f(x) = \int_1^x \frac{e^{2t}}{1 + \sin^2(\pi t)} dt.$$

Allora la retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di ascissa  $x = 1$  ha equazione

*Risp.:*  A :  $y = e^2 + e^2(x - 1)$   B :  $y = 0$   C :  $y = e^2(x - 1)$   D :  $y = 2e^2(x - 1)$

6. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2 + \sqrt{x}}}$$

vale

*Risp.:*  A :  $2 \left[ \frac{2}{3} 3^{3/2} - 4 \cdot 3^{1/2} + \frac{4}{3} 2^{3/2} \right]$   B :  $2 \left[ \frac{2}{3} 3^{3/2} - 4 \cdot 3^{1/2} \right]$   C :  $\frac{1}{\sqrt{2+1}}$   D :  $\frac{2}{3} 3^{3/2} + \frac{4}{3} 2^{3/2}$

7. Sia  $\tilde{y}$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \left( \frac{\alpha}{x} - \frac{2x}{1+x^2} \right) y \\ y(1) = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Allora  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$  vale

Risp.:  A : 3 se  $\alpha \geq 2$ ,  $+\infty$  se  $\alpha < 2$     B : 0 se  $\alpha < 2$ , 3 se  $\alpha = 2$ ,  $+\infty$  se  $\alpha > 2$     C : 0 se  $\alpha \leq 2$ ,  $+\infty$  se  $\alpha > 2$     D : 0 se  $\alpha < 2$ , 3 se  $\alpha = 2$ , 4 se  $\alpha > 2$

---

8. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{|3-x|}{3-x} \left( \frac{1}{\ln(x-1)} + 3-x \right).$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a)  $\text{dom}(f) = ]1, +\infty[ \setminus \{2, 3\}$     V    F
- (b)  $\lim_{x \rightarrow 3^\pm} f(x) = \mp \frac{1}{\ln 2}$     V    F
- (c)  $y = x + 3$  è asintoto obliquo per  $x \rightarrow +\infty$     V    F
- (d)  $f$  è decrescente su  $]2, 3[$     V    F
- (e)  $x = 2 + e^{-2}$  è punto di flesso    V    F
- (f)  $f(]2, +\infty[ \cap \text{dom}(f)) = ] - \frac{1}{\ln 2}, +\infty[$     V    F
- 

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.