

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea .....

## Prima prova di Analisi Matematica I

13 luglio 2021

Tempo a disposizione: 1 ora e 15 minuti

Soglia di superamento: 16 punti

**Esercizio 1 (6 punti)** Calcolare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 x - x^2 + \ln(1 + x^6)}{(1 - \cos x)^\alpha [e^x - \sin x - 1]}$$

**Esercizio 2 (6 punti)**. Stabilire al variare di  $\alpha > 0$  il carattere di

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^x [x - \sin x]}{x^\alpha [e^{2x} - 1]} dx$$

**Esercizio 3 (6 punti)**. Calcolare l'insieme delle primitive della funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = e^{2x} \sin(3x)$$

**Esercizio 4 (6 punti)** Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 3y' + 2y = \sin x.$$

**Esercizio 5 (6 punti)**. Sia data la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} \sqrt{x+1} & \text{se } x \geq -1 \\ \sqrt{x^2 - 1} & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

- Classificare il punto  $x_0 = -1$ .
- Determinare i punti di estremo locale di  $f$  e classificarli.
- Determinare gli asintoti e disegnare un grafico approssimativo della funzione.