

Prima prova di Analisi Matematica I

22 giugno 2021

Ingegneria Civile e Ambientale

Ingegneria Meccanica e dei Materiali

Tempo a disposizione: 1 ora e 15 minuti

Soglia di superamento: 16 punti

Esercizio 1 (6 punti) Determinare il luogo geometrico individuato dai numeri complessi tali che

$$\operatorname{Re} \left(\frac{z+i}{z-e^{i\pi}} \right) \geq \left| \frac{e^{i\frac{\pi}{3}}}{\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}} \right|^{24}$$

Esercizio 2 (6 punti). Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione $f:]-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(2x)}{x^2+x^4} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \frac{\ln(1-(x-\sin x))}{x^\alpha} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

ammette un punto di salto in $x = 0$ e calcolarne l'ampiezza.

Esercizio 3 (6 punti). Stabilire al variare di $\alpha > 0$ il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left[e^{\frac{1}{n}} - \sin \frac{1}{n} - 1 \right] \left[n^\alpha + \cos^2 \frac{1}{n} \right]}{e^{-n} + \sqrt{n^2 + 1}}$$

Esercizio 4 (6 punti) Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 3y' + 2y = \sin x.$$

Esercizio 5 (6 punti). Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 1}$$

- Scrivere l'equazione della retta tangente in $x = 0$ al grafico.
- Determinare i punti di estremo locale di f e classificarli.
- Determinare gli asintoti e disegnare un grafico approssimativo della funzione.