

Prima prova di Analisi Matematica I

31 marzo 2021

Ingegneria Civile e Ambientale

Ingegneria Meccanica e dei Materiali

Tempo a disposizione: 1 ora e 15 minuti

Soglia di superamento: 16 punti

Esercizio 1 (6 punti) Determinare i numeri complessi che soddisfano al sistema

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(z + i\bar{z}) \leq \left| \frac{e^{2\pi i}}{i} \right| \\ z^4 = 2^4 e^{4\pi i} \end{cases}$$

Esercizio 2 (6 punti). Calcolare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - \frac{1}{2} \ln(1 + 2x) - 1}{x^\alpha \sqrt{1 + x^3} - \cos x}$$

Esercizio 3 (6 punti). Stabilire il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n} \right)^{n^2} \left(\frac{n+2}{\sqrt{n} + n \arctan n} \right)^n$$

Esercizio 4 (6 punti) Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{(\sqrt{x} + 1)^2} dx$$

Esercizio 5 (6 punti). Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{2|x|}{1+x^2} + \arctan x$$

- Studiare la derivabilità in $x_0 = 0$ classificando il punto.
- Determinare i punti di estremo locale di f e classificarli.
- Determinare gli asintoti e disegnare un grafico approssimativo della funzione.