

# Prima prova di Analisi Matematica I

10 Febbraio 2021

Ingegneria Civile e Ambientale

Tempo a disposizione: 1 ora e 15 minuti

Soglia di superamento: 16 punti

**Esercizio 1 (6 punti)** Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$[|z|^3 - 1] [(\bar{z} + 1)^2 + i\text{Im}(\bar{z})] \in \mathbb{R}.$$

**Esercizio 2 (6 punti)**. Stabilire per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione  $f : ]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[ \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - \alpha \sin x - 1}{x^3 + \tan x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

è continua in  $x_0 = 0$ . In tal caso, calcolare  $f'(0)$ .

**Esercizio 3 (6 punti)**. Determinare al variare di  $\alpha > 0$  il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n^3 e^{-n}}{\sqrt{n} + \sin n} \arctan\left(\frac{1}{1 + n^\alpha}\right)$$

**Esercizio 4 (6 punti)** Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 2y = x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 5 (6 punti)**. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} e^{x^2+1}$$

- Scrivere la retta tangente nel punto del grafico di ascissa  $x_0 = 1$ .
- Determinare i punti di estremo locale di  $f$  e classificarli.
- Determinare gli asintoti e disegnare un grafico approssimativo della funzione.