

Prima prova di Analisi Matematica I

Ingegneria Civile e Ambientale

Tempo a disposizione: 1 ora e 15 minuti

Soglia di superamento: 16 punti

Esercizio 1 (6 punti) Determinare le radici terze del numero complesso

$$\frac{(1+i)^{20}}{(1-e^{i\frac{\pi}{2}})^{16}}$$

Esercizio 2 (6 punti). Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(e^x + x) \left[1 - \frac{1}{2x^2} - \cos \frac{1}{x}\right]}{(e^{\frac{x}{2}} - x)^2 \ln^4 \left(1 + \frac{1}{x}\right)}.$$

Esercizio 3 (6 punti). Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n! + 1}{(2n)! + e^n}.$$

Esercizio 4 (6 punti) Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^{2x}(4y^2 + 1) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 5 (6 punti). Sia data la funzione

$$f(x) = \ln \frac{x^2}{x+1}$$

- Scrivere la retta tangente nel punto del grafico di ascissa $x_0 = 1$.
- Determinare gli intervalli dove f è decrescente.
- Determinare gli asintoti e disegnare un grafico approssimativo della funzione.