

Prima prova di Analisi Matematica I

11 Febbraio 2021

Ingegneria Meccanica e dei Materiali

Tempo a disposizione: 1 ora e 15 minuti

Soglia di superamento: 16 punti

Esercizio 1 (6 punti) Determinare le soluzioni dell'equazione

$$\left(z^3 - \frac{\sqrt{2}}{1+i}\right) (|z|^2 - z) = 0.$$

Esercizio 2 (6 punti). Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(e^{\frac{1}{n}} - \frac{n}{n+1} \right) \frac{(n+2)^{2n+1} + 1}{n^{2n} + \cos n^2}$$

Esercizio 3 (6 punti). Determinare al variare di $\alpha > 0$ il carattere dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x^3)}{(x - \sin x)^\alpha} dx$$

Esercizio 4 (6 punti) Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = xy \sin x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Esercizio 5 (6 punti). Sia data la funzione

$$f(x) = x - \ln|x+1|$$

- Scrivere la retta tangente nel punto del grafico di ascissa $x_0 = 1$.
- Determinare i punti di estremo locale di f e classificarli.
- Determinare gli asintoti e disegnare un grafico approssimativo della funzione.