

# Prima prova di Analisi Matematica I

Ingegneria Meccanica

Tempo a disposizione: 1 ora e 15 minuti

Soglia di superamento: 16 punti

**Esercizio 1 (6 punti)** Descrivere il luogo degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che il numero

$$-i + \left( \frac{z - \bar{z}}{2i} \right)^2 + \operatorname{Im}(z) \frac{1 + 3e^{i\frac{\pi}{2}}}{-2e^{\pi i} + i} - |z|^2$$

sia reale e negativo.

**Esercizio 2 (6 punti)**. Determinare per quale valore di  $\alpha > 0$  il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + x^2) - \sin x^2}{1 - \sqrt{x^\alpha + 1}}$$

esiste finito e non nullo e calcolarlo.

**Esercizio 3 (6 punti)**. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{[e^n + 1]^2 \sqrt{n+2}}{(n+1)(e^{2n} + n)}.$$

**Esercizio 4 (6 punti)** Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\tan^2 x + 1}{\tan^2 x - 4} dx$$

**Esercizio 5 (6 punti)**. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{xe^x}{x+1}$$

- Determinare gli asintoti di  $f$ .
- Scrivere la retta tangente nel punto del grafico di ascissa  $x_0 = 1$ .
- Studiare il segno della derivata prima e disegnare un grafico approssimativo della funzione.