

Seconda prova di Analisi Matematica I

Ingegneria Civile e Ambientale

Ingegneria Meccanica

Tempo a disposizione: 1 ora

Rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1 (10 punti)

- (a) Dimostrare che la derivabilità implica la continuità. Commentare l'implicazione opposta.
- (b) Dare la definizione di derivata destra e sinistra in un punto e dare la definizione di punto angoloso.
- (c) Dare un esempio di funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f'_+(2) = 1$ e $f'_-(2) = -3$.

Domanda 2 (10 punti)

- (a) Scrivere l'enunciato del criterio del confronto asintotico per le serie numeriche.
- (b) Dimostrare il criterio.
- (c) Illustrare l'applicazione del criterio nello studio del carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{n+1}$$

Domanda 3 (10 punti)

- (a) Enunciare il secondo teorema fondamentale del calcolo integrale.
- (b) Dimostrare il teorema.
- (c) Scrivere un esempio di funzione $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ integrabile e di una funzione $g : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ non integrabile, giustificando la risposta.