
Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Seconda prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora

Rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1 (10 punti)

- (a) Dare la definizione di funzione continua tramite gli intorni. Dare un esempio di una funzione continua f e di una funzione discontinua g in $x_0 = 0$.
- (b) Enunciare il teorema degli zeri e darne un'interpretazione geometrica.
- (c) Dimostrare il teorema degli zeri.

Domanda 2 (10 punti)

- (a) Scrivere l'enunciato del criterio del rapporto per le serie numeriche.
- (b) Dimostrare il criterio.
- (c) Illustrare l'applicazione del criterio nello studio del carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! + 2}{(n+3)! + 2}$$

Domanda 3 (10 punti)

- (a) Enunciare il teorema di Lagrange, fornirne un'interpretazione geometrica e dimostrarlo.
- (b) Enunciare il teorema della derivata nulla e dimostrarlo. Illustrarne l'importanza in teoria degli integrali.
- (c) Dire se è possibile trovare una funzione $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile in $x_0 = 0$ tale che la funzione f^2 non lo sia (sempre in $x_0 = 0$), commentando la risposta e fornendo nel caso un esempio. Dire se è possibile trovare una funzione $g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ non derivabile in $x_0 = 0$ tale che la funzione g^2 lo sia (sempre in $x_0 = 0$), commentando la risposta e fornendo nel caso un esempio.