
Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Seconda prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora

Rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1 (10 punti)

- (a) Enunciare il teorema di Weierstrass e darne un'interpretazione geometrica.
- (b) Dimostrare il teorema di Weierstrass.
- (c) Dare un esempio di funzione $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ che non ammette massimo ma ammette minimo.

Domanda 2 (10 punti)

- (a) Scrivere l'enunciato del criterio del rapporto e del criterio di Leibnitz per le serie numeriche.
- (b) Dare la definizione di convergenza assoluta e discutere il suo legame con la convergenza semplice.
- (c) Discutere convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + 1}$$

Domanda 3 (10 punti)

- (a) Enunciare i teoremi fondamentali del calcolo integrale, commentando l'importanza del secondo.
- (b) Dimostrare il secondo teorema fondamentale del calcolo integrale.
- (c) Dare l'esempio di una funzione $f : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ integrabile ma non continua. Dire se è possibile trovare $g : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile ma non integrabile, giustificando la risposta.