

1. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + x^2 - e^{x \sin x} + \ln\left(1 + \frac{4}{3}x^4\right)}{\left[e^x - \frac{1}{2}(1 + e^{2x})\right] \tan(4x^2)}$$

vale

Risp.: A : $-\frac{3}{4}$ B : $-\infty$ C : $-\frac{1}{2}$ D : $\frac{1}{6}$

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=7}^{\infty} \frac{n^2 + n! + \cos(n^n)}{(n+1)^n + \sin \frac{\alpha}{n+1} + e^{2n}}$$

Risp.: A : converge se $\alpha > 1$ B : converge se $\alpha < 1$ C : converge per ogni α D : diverge positivamente per ogni α

3. Sia $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la primitiva di

$$f(x) = \frac{e^x}{(2 + e^x)(1 + 2e^{-x})}$$

tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = \ln 2$. Allora $F(0)$ vale

Risp.: A : $\frac{1}{9}$ B : $\ln 3$ C : $-\frac{\ln 3}{3}$ D : $\ln 3 - \frac{1}{3}$

4. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' + 3y = \frac{2}{x^2} \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \tilde{y}(x)$ vale

Risp.: A : 1 B : 3 C : 2 D : 0

5. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt{|x|} e^{\frac{2-x}{2}}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $x = 0$ è punto di cuspidè. V F

(b) $x = 1$ è punto di massimo relativo. V F

(c) $f([0, +\infty[) = [0, e^{\frac{1}{2}}]$. V F

6. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 5 nell'apposito spazio sul foglio precedente.