

1. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[\cos(\sin x) - 1 + \frac{x^2}{2}] \ln \left(1 + \frac{24}{1+\sqrt{2}}x\right)}{5x[\arctan(e^x - 1)]^4}$$

vale

Risp.: A : $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ B : 0 C : $+\infty$ D : $\frac{4}{5(1+\sqrt{2})}$

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(1 - \cos \frac{1}{n})^\alpha}{\sqrt{n^6 + n} - \sqrt{n^6 + 1}}$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha > 1$ B : $\alpha \geq \frac{3}{2}$ C : $\alpha > \frac{3}{2}$ D : $\alpha > 2$

3. L'integrale

$$\int_1^2 \frac{\ln^2 x + x^2 + 7}{x} dx$$

vale

Risp.: A : $\frac{3}{2} + 7 \ln 2$ B : $\frac{3}{2} \ln^3 2$ C : $\frac{\ln^3 2}{3} + \frac{3}{2} + 7 \ln 2$ D : $\frac{\ln^3 2}{3} + 7 \ln 2$

4. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{e^{\tan x}}{y \cos^2 x} \\ y(0) = -2\sqrt{2} \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\pi/4)$ vale

Risp.: A : $-\sqrt{2(e+3)}$ B : $\sqrt{2(e+3)}$ C : $2e$ D : $-\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$

5. Sia data la funzione

$$f(x) = 2 - \sqrt{2} \arctan \frac{1}{x} - \sqrt{1+x^2}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) f è crescente su $] -\infty, 0[$ V F
- (b) $x = 1$ è punto di minimo relativo V F
- (c) f non ammette punti di flesso V F

6. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 5 nell'apposito spazio sul foglio precedente.