

1. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin \frac{1}{x} - \arctan \frac{1}{x}}{\left[e^{\frac{1}{4x}} - 1 + \sinh^7 \frac{1}{x} \right] \left[x \ln \left(1 + \frac{1}{x^3} \right) + \cos \frac{1}{x} - 1 \right]}$$

vale

Risp.: A : $\frac{4}{3}$ B : -4 C : $\frac{2}{3}$ D : ∞

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{7\alpha - \cos \frac{1}{n}}{\left(e^{\frac{1}{n^2}} - 1 \right) (n+1)^3}$$

Risp.: A : converge per $\alpha \neq \frac{1}{7}$ e diverge per $\alpha = \frac{1}{7}$ B : converge per $\alpha \geq \frac{1}{7}$ e diverge per $\alpha < \frac{1}{7}$ C : converge per $\alpha = \frac{1}{7}$ e diverge per $\alpha \neq \frac{1}{7}$ D : converge per $\alpha < \frac{1}{7}$ e diverge per $\alpha \geq \frac{1}{7}$

3. L'integrale $\int_0^{\sqrt[3]{2}} \sqrt{x} \arctan x^{3/2} dx$ vale

Risp.: A : $\arctan \sqrt{2}$ B : $\arctan \sqrt{2} + \ln 3$ C : $\frac{2}{3} \sqrt{2} \arctan \sqrt{2} - \frac{1}{3} \ln 3$ D : $\ln 2$

4. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = xe^x \\ y(0) = -\frac{1}{4} \\ y'(0) = -\frac{3}{4} + 4e \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(-\frac{1}{2})$ vale

Risp.: A : $\frac{4}{3}(1 - e^{3/2})$ B : $\frac{4}{3}$ C : $\frac{4e}{3}$ D : $4(e + e^{3/2})$

5. Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(\ln|x| - 2x) & \text{se } x \neq 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) $x = 0$ è un punto angoloso V F
 (b) f è decrescente su $[0, \frac{1}{2}]$ V F
 (c) $f([0, +\infty[) = [-\frac{\pi}{2}, -\arctan(1 + \ln 2)]$ V F

6. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 5 nell'apposito spazio sul foglio precedente.