

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. La regione del piano complesso descritta dalla relazione

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(z^2 + 3) + |z|^2 \leq \operatorname{Im}(z(1 - 2i)) + 3 \\ (e^{i\frac{\pi}{3}} + 1)\operatorname{Re}(z + iz) = 0 \end{cases}$$

è data da

Risp.: A : un arco di parabola B : un segmento C : due semirette D : due punti

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n - 2n^2 \ln\left(1 + \sin \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{2n-1}{2n+1}\right)^{3n+2}}{n \left(e^{\frac{3}{n}} - 1 + \frac{7}{n^2}\right)}$$

vale

Risp.: A : $\frac{1+e^{-3}}{3}$ B : $\frac{2}{3}$ C : $\frac{e^{-3}}{3}$ D : $\frac{1}{7}$

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(e^x - \sin x - 1) \arctan^7 x}{x^8} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ -3x - 1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Allora

Risp.: A : $f'_-(0) = -3$ e $f'_+(0) = 0$ B : $f'_-(0) = +\infty$ e $f'_+(0) = 1$ C : $f'_-(0) = -3$ e $f'_+(0) = 1$ D : $f'_-(0) = +\infty$ e $f'_+(0) = \frac{1}{2}$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+7)^{\alpha-1}(n! - \arctan n)}{(n+2)! + 1}$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha < 3$ B : per ogni valore di α C : $\alpha < 2$ D : $\alpha < 4$

5. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x} + 1} dx$$

vale

Risp.: A : $\ln 2$ B : $\frac{\pi}{4} - \ln 2$ C : $\sqrt{\ln 2}$ D : $2 - 2 \ln 2$

6. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{|7x - 1|}{x}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 7$ V F
- (b) La retta tangente nel punto di ascissa $x_0 = -1$ è data da $y = x - 9$ V F
- (c) Il punto $x_0 = \frac{1}{7}$ è un minimo locale V F
- (d) L'insieme immagine di f è dato da $] -\infty, -7[\cup] 0, +\infty[$ V F
- (e) Per $0 < \alpha < 7$ l'equazione $f(x) = \alpha$ ammette tre soluzioni V F
-