

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Sia $z \in \mathbb{C}$ dato da

$$z = \left(\frac{(\sqrt{3} + e^{i\frac{\pi}{2}})(8|i| - 1)}{|1 + i|^2(1 + e^{i\pi} + e^{i\frac{\pi}{6}})e^{-i\frac{\pi}{2}}} \right)^5$$

Allora $\bar{z} + |z|$ vale

Risp.: A : $7^5(1 - i)$ B : $7^5(1 + i)$ C : $7(1 + i)$ D : $1 - i$

2. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + x + x^2) - x + 3x^3}{\sqrt[3]{1 + x^2} - \cosh x}$$

vale

Risp.: A : 3 B : -3 C : $\frac{1}{3}$ D : 2

3. Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{|x-1|} & \text{se } x \neq 1 \\ \frac{\pi}{2} & \text{se } x = 1. \end{cases}$$

Allora il punto $x_0 = 1$

Risp.: A : è un punto angoloso con $f'_-(1) = -1$ e $f'_+(1) = 1$ B : è un punto di cuspidè
 $f'_-(1) = -\infty$ e $f'_+(1) = +\infty$ C : è un punto di derivabilità con $f'(1) = 0$ D : è un punto
 angoloso con $f'_-(1) = 1$ e $f'_+(1) = -1$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln^2(e^x + 1)}{x^\alpha(x^{10} + 1)} dx$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha > 7$ B : $-7 < \alpha < 1$ C : $-3 < \alpha < 1$ D : $\alpha > 3$

5. Sia $y(x)$ la soluzione di

$$\begin{cases} xy' + y = 3 \sin x \\ y(\frac{\pi}{2}) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(\pi)$ vale

Risp.: A : $-\frac{7}{\pi}$ B : $\frac{\pi}{7}$ C : $\frac{3}{\pi}$ D : $-\frac{1}{\pi}$

6. Sia data la funzione f definita da

$$f(x) = |x - 1|e^{-x}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ V F

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ V F

(c) $y = x - 1$ è asintoto obliquo a $-\infty$ V F

(d) $f'_-(1) = -e^{-1}$ V F

(e) $f(]1, +\infty[) =]0, e^{-2}]$ V F
