

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Siano

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{e^{\operatorname{Re}(z)}}{3} < \frac{e^{\operatorname{Im}(z)-3}}{|3i|} \right\} \quad \text{e} \quad B = \{z \in \mathbb{C} : |z+3| \leq 7\}.$$

Allora l'insieme $A \cap B$ è dato da

Risp.: **A** : un semicerchio **B** : un segmento **C** : l'unione di un cerchio e di una retta

D : l'unione di un cerchio e di un semipiano

2. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - e^{\sin x}}{\sqrt{x}[x - \tan x]} \sin \frac{x + 3\sqrt{x}}{1-x}$$

vale

Risp.: **A** : $-\frac{3}{2}$ **B** : $-\infty$ **C** : e^{-3} **D** : 0

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n^{7-\alpha} + e^{-n}} \left(1 - n \sin \frac{1}{n} \right)$$

converge assolutamente se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha < 6$ **B** : $\alpha \leq 8$ **C** : $\alpha \leq 6$ **D** : $\alpha < 8$

4. La primitiva $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di

$$f(x) = e^{x+1}(x-1)$$

tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ è data da

Risp.: **A** : $F(x) = e^{x+1}(x-3)$ **B** : $F(x) = e^{x+1}(x-4)$ **C** : $F(x) = e^{x+1}(x-2)$ **D** : e^{x+1}

5. La soluzione generale dell'equazione

$$y'' - y' = 3x$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $y = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + (c_1 + c_2x)e^x$ $\boxed{\text{B}}$: $y = -\frac{3}{2}x^2 - 3x + (c_1 + c_2x)e^x$ $\boxed{\text{C}}$: $y = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + c_1 + c_2e^x$ $\boxed{\text{D}}$: $y = -\frac{3}{2}x^2 - 3x + c_1 + c_2e^x$

6. Sia data la funzione

$$f(x) = x - \frac{1}{x+7}.$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- (a) Il dominio è dato da $\mathbb{R} \setminus \{-7\}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
(b) $y = x$ è asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
(c) $\lim_{x \rightarrow -7^-} f(x) = +\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
(d) La retta tangente nel punto di ascissa $x_0 = -6$ è data da $y = 2x$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
(e) $f(] - \infty, 0] \setminus \{-7\}) = \mathbb{R}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
-