Cognome e nome .... Firma ....

Matricola .... Corso di Laurea ....

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: **Esercizi 1-5**: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0. **Esercizio 6**: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = −0.25; risposta non data = 0.

---

1. Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ dato da
$$A = \left\{ \frac{7 - n + |n - 10|}{n + 2} \ : \ n \in \mathbb{N} \right\}$$
Allora
Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\inf A = 0$ e $\max A = \frac{17}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\min A = -\frac{1}{4}$ e $\sup A = 0$ $\boxed{\text{C}}$: $\min A = -\frac{1}{4}$ e $\max A = \frac{17}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\min A = \frac{1}{4}$ e $\max A = \frac{17}{2}$

---

2. Il limite
$$\lim_{x \to 0} \frac{(\arctan x - \sin x)\,(1 + 3x)^{\frac{1}{x}}}{(1 + x)^x - e^{x^2}}$$
vale
Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{e^3}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: e^3 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{e^3}{6}$

---

3. Sia data la funzione
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 7x} & \text{se } x \leq 0 \\ \\ \ln\left(1 - \frac{x^2}{49}\right) & \text{se } 0 < x < 7. \end{cases}$$
Allora il punto $x_0 = 0$
Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è un punto angoloso con $f'_-(0) = -\infty$ e $f'_+(0) = 7$ $\boxed{\text{B}}$: è un punto angoloso con $f'_-(0) = -\infty$ e $f'_+(0) = 0$ $\boxed{\text{C}}$: è un punto di cuspide $f'_-(0) = -\infty$ e $f'_+(0) = +\infty$ $\boxed{\text{D}}$: è un punto di derivabilità con $f'(0) = 0$

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(e^{\alpha n}+1)^2}{(e^{3n}+n)(n^{\alpha}+2)}$$

converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < 3$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > 3$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \leq \frac{3}{2}$

---

5. L'integrale

$$\int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{7}{x^3} \sin\frac{1}{x}\, dx$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{7}{\pi-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{\pi}{7}$ $\boxed{\text{C}}$: $7(\pi-1)$ $\boxed{\text{D}}$: 7

---

6. Sia data la funzione f definita da

$$f(x) = \frac{\ln(4x)-1}{\ln x - 2}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

(a) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $y = \ln 4$ è asintoto orizzontale per f per $x \to +\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) f ammette un asintoto verticale $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $f'(e^3) = -e^{-3}(2+\ln 4 - 1)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) $f^{-1}(]-\infty, 1[) =]0, e^2[$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
