

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Le radici terze del numero complesso

$$\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{6}i)^{10}}{4(2e^{\frac{\pi}{6}i} - 2i)^7}$$

sono date da

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : \{4e^{\frac{\pi}{6}i}, 4e^{\frac{5}{6}\pi i}, 4e^{\frac{3}{2}\pi i}\} \quad \boxed{\text{B}} : \{4e^{\frac{\pi}{7}i}, 4e^{\frac{5}{7}\pi i}, 4e^{\frac{3}{7}\pi i}\} \quad \boxed{\text{C}} : \{e^{\frac{\pi}{6}i}, e^{\frac{5}{6}\pi i}, e^{\frac{3}{2}\pi i}\} \quad \boxed{\text{D}} : \{e^{\frac{\pi}{7}i}, e^{\frac{5}{7}\pi i}, e^{\frac{3}{7}\pi i}\}$$

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{\alpha-2} (1 - \cos \frac{1}{n})}{(1 + \frac{7}{n})^n (n - n!) \sin \frac{1}{3(n+1)}}$$

vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : -\infty \text{ per } \alpha < 3, -\frac{3}{2e^7} \text{ per } \alpha = 3 \text{ e } 0 \text{ per } \alpha > 3 \quad \boxed{\text{B}} : 0 \text{ per } \alpha < 3, -\frac{3}{2e^7} \text{ per } \alpha = 3 \text{ e } -\infty \text{ per } \alpha > 3 \quad \boxed{\text{C}} : 0 \text{ per } \alpha < 3, -\frac{3}{2} \text{ per } \alpha = 3 \text{ e } -\infty \text{ per } \alpha > 3 \quad \boxed{\text{D}} : -\infty \text{ per } \alpha \leq 3, 0 \text{ per } \alpha > 3$$

3. Il polinomio di Taylor di ordine 2 nel punto $x = 3$ della funzione $f(x) = e^x - x$ è dato da

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : 1 + \frac{x^2}{2} \quad \boxed{\text{B}} : e^3 - 3 - (e^3 - 1)(x - 3) - \frac{e^3}{2}(x - 3)^2 \quad \boxed{\text{C}} : e^3 - 3 + (e^3 - 1)(x - 3) + e^3(x - 3)^2 \quad \boxed{\text{D}} : e^3 - 3 + (e^3 - 1)(x - 3) + \frac{e^3}{2}(x - 3)^2$$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x - \sqrt[4]{1+x} + 1}{(x - \arctan x)^\alpha \cosh(7x)} dx$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha < 7$ B : $\alpha < \frac{2}{3}$ C : $\alpha > 7$ D : $\alpha > \frac{2}{3}$

5. La soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{1}{(x^2+1)\arctan x} y = 7 \arctan x \\ y(\frac{\pi}{4}) = 0 \end{cases}$$

è data da

Risp.: A : $y = 7(\arctan x - 1)$ B : $y = 7(x - \frac{\pi}{4})^2 \arctan x$ C : $y = 7(x - \frac{\pi}{4}) \arctan x$
 D : $y = -1 + 7(x - \frac{\pi}{4}) + \arctan x$

6. Sia data la funzione

$$f(x) = \ln(3 - e^x)$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) Il dominio è dato da $] - \infty, \ln 3[$ V F
 - (b) $y = \ln 2$ è asintoto orizzontale V F
 - (c) La retta tangente nel punto di ascissa $x_0 = 0$ è data da $y = \frac{1}{2}x + \ln 2$ V F
 - (d) La funzione f è decrescente V F
 - (e) L'insieme immagine è dato da $] - \infty, \ln 3[$ V F
-