

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Le soluzioni dell'equazione

$$(z^2 + e^{4\pi i})(z^3 + e^{4\pi i}) = 0$$

con parte immaginaria strettamente negativa sono

Risp.: A : tre B : due C : cinque D : una

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(n^2 + 5) - 1}{\ln(2n^3 - 8) - \sin n} \left(\frac{n! + 2}{n! + 1} \right)^{7n!}$$

vale

Risp.: A : $\frac{2}{3}e^7$ B : $\frac{2}{3}$ C : $\frac{1}{3}e^7$ D : $\frac{1}{3}$

3. Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1 - x}{x^3 - 2x^2} + x \sin \frac{1}{x} & \text{se } x > 0 \\ \alpha - x^2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

dove $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora f è continua in $x_0 = 0$ se e solo se

Risp.: A : $\alpha = \frac{3}{4}$ B : per nessun valore di α C : $\alpha = \frac{1}{3}$ D : $\alpha = -\frac{1}{4}$

4. Sia $\alpha > 0$. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{\frac{2}{n}} (1 - \cos \frac{1}{n^{3\alpha}})}{(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n}) (\ln^3 n + 1)}$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha \leq \frac{2}{3}$ B : $\alpha > \frac{2}{3}$ C : $\alpha \geq \frac{2}{3}$ D : $\alpha < \frac{2}{3}$

5. L'integrale

$$\int_{-2}^1 \frac{1}{x^2 + 2|x| - 2x + 4} dx$$

vale

Risp.: A : $\arctan \frac{1}{2}$ B : 0 C : $\frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{2}$ D : $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \arctan \frac{1}{2}$

6. Sia data la funzione f definita da

$$f(x) = \frac{1}{7 + x^2 \ln x}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

(a) f è pari V F

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ V F

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ V F

(d) $f'(1) = -\frac{1}{49}$ V F

(e) f è decrescente su $]0, e^{-\frac{1}{2}}[$. V F
