

---

Cognome e nome ..... Firma .....

Matricola ..... Corso di Laurea .....

## Seconda prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora

Rispondere alle seguenti domande.

### Domanda 1 (10 punti)

- (a) Scrivere l'enunciato dei teoremi del confronto dei limiti dandone un'interpretazione geometrica.
- (b) Enunciare il teorema di Weierstrass.
- (c) Dimostrare il teorema di Weierstrass.

### Domanda 2 (10 punti)

- (a) Enunciare il teorema di Lagrange dandone un'interpretazione geometrica.
- (b) Dare la definizione di punto angoloso, di cuspide e a tangente verticale, fornendone un'interpretazione geometrica.
- (c) Dare un esempio di una funzione  $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  che abbia un punto angoloso in  $x_0 = 1$  con  $f'_+(1) = 5$  e  $f'_-(1) = -3$ .

### Domanda 3 (10 punti)

- (a) Enunciare il criterio del rapporto e della radice ennesima per le serie numeriche.
- (b) Dimostrare il criterio del rapporto.
- (c) Dare un esempio di serie numerica  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  tale che  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$  sia divergente mentre  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^4$  è convergente.