

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Ingegneria Civile e Ambientale, Ingegneria Meccanica e dei Materiali (Cognomi M-Z)

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Sia $\alpha > 0$. Il sistema

$$\begin{cases} |z| \leq 7\alpha \\ |z+1|^2 = \bar{z}^2 - 1 \end{cases}$$

ammette soluzione se e solo se

Risp.: **A**: $\alpha \leq 7$ **B**: $\alpha \geq \frac{1}{7}$ **C**: $\alpha < 1$ **D**: $\alpha > \frac{1}{3}$

2. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{\pi}{2} & \text{se } x > 0 \\ x^2 + 2\alpha x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Allora il punto $x_0 = 0$

Risp.: **A**: è di derivabilità per $\alpha = -\frac{1}{2}$ ed è punto angoloso per $\alpha \neq -\frac{1}{2}$ **B**: è di derivabilità per $\alpha = -\frac{1}{2}$ ed è punto di cuspidità per $\alpha \neq -\frac{1}{2}$ **C**: è di cuspidità per $\alpha = -\frac{1}{2}$ ed è punto angoloso per $\alpha \neq -\frac{1}{2}$ **D**: è di derivabilità per $\alpha < -\frac{1}{2}$ ed è punto angoloso per $\alpha \geq -\frac{1}{2}$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin x - \arctan x - x}{11x^{2x} \left(1 - \cos \sqrt{\frac{x^5}{3}}\right)}$$

vale

Risp.: **A**: -2 **B**: $\frac{1}{2}$ **C**: $-\infty$ **D**: $-\frac{1}{10}$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{[\sqrt{x^2+2}-x]^{4\alpha}}{e^{\frac{1}{x+2}} - 1 - \frac{1}{x}} dx$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha > \frac{1}{2}$ B : $\alpha < \frac{1}{4}$ C : $\alpha > \frac{3}{4}$ D : $\alpha > 4$

5. Sia y la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - 3x^2y = 4x^2 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: A : 4 B : $\frac{4}{3}(e-1)$ C : $\frac{4}{3}$ D : $4e$

6. Sia $y = f(x)$ la funzione data da

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2|\ln x|}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) Il dominio di f è $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ V F
 - (b) f ammette asintoto orizzontale per $x \rightarrow +\infty$ V F
 - (c) f ammette un punto angoloso in $x_0 = 1$ V F
 - (d) f è decrescente su $[e^{-\frac{1}{2}}, 1]$ V F
 - (e) $x_0 = e^{-1/2}$ è un punto di minimo locale. V F
-