

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Siano

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : \left| |z - 7i| - 7i \right| \leq \sqrt{98} \right\} \quad \text{e} \quad B = \{z \in \mathbb{C} : z^4 = 7^4\}.$$

Allora l'insieme $A \cap B$ è dato da

Risp.: **A** : due punti **B** : un punto **C** : l'unione di un cerchio e tre punti **D** : una circonferenza

2. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{\ln(x + e^{-x})}{x \arctan(2x)} + \left(\frac{2-x}{2+x} \right)^{\frac{2}{x}} \right]$$

vale

Risp.: **A** : $\frac{1}{4} + e^{-2}$ **B** : e^{-2} **C** : $\frac{3}{2} + e^{-4}$ **D** : $+\infty$

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n + \arctan(3n)}{n^{\alpha-1} + 2} \left[1 - \cos \frac{1}{\ln n} \right]$$

converge se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha > 3$ **B** : $\alpha \leq 3$ **C** : $\alpha < 3$ **D** : $\alpha \geq 3$

4. L'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x \, dx$$

vale

Risp.: **A** : e^2 **B** : $\frac{1}{3}(e^\pi - 1)$ **C** : $\frac{1}{5}(e^\pi - 2)$ **D** : 0

5. La soluzione generale di

$$y'' - 3y' + 2y = 2x - 1$$

è data da

Risp.: A : $c_1 e^{2x} + c_2 e^x$ B : $x + c_1 e^{2x} + c_2 e^x$ C : $x + 2 + c_1 e^{2x} + c_2 e^x$ D : $x + 1 + c_1 e^{2x} + c_2 e^x$

6. Sia data la funzione

$$f(x) = 5 \frac{x}{x^2 + 1} + 3 \arctan x$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $\text{dom}(f) =]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ V F

(b) f ammette asintoto orizzontale per $x \rightarrow -\infty$ V F

(c) f è dispari V F

(d) La retta tangente nel punto di ascissa $x_0 = 0$ è data da $y = 8x$ V F

(e) f è decrescente per $|x| \leq 2$ V F
