

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Ingegneria Civile e Ambientale, Ingegneria Meccanica e dei Materiali (Cognomi M-Z)

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.**Esercizio 6:** risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Siano dati i numeri complessi

$$z_1 = \frac{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^5}{3(1-i)^7} \quad \text{e} \quad z_2 = 3i^{40} - 2 - i^3.$$

Allora $\frac{|z_1|}{z_2}$ vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}}: \frac{1-i}{3 \cdot 2^{\frac{9}{2}}} \quad \boxed{\text{B}}: \frac{1+i}{3 \cdot 2^{\frac{11}{2}}} \quad \boxed{\text{C}}: \frac{1-i}{3} \quad \boxed{\text{D}}: \frac{2^{\frac{13}{2}}(1+i)}{3}$$

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(4 + \frac{n}{n^2+1}\right) (\sqrt{4n^{2n} + (n+2)!} - 2n^n)(1+n)^n}{n![7n^2 + n^\alpha]}$$

vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}}: 0 \text{ se } \alpha > 2, \frac{\epsilon}{8} \text{ se } \alpha = 2, \frac{\epsilon}{7} \text{ se } \alpha < 2 \quad \boxed{\text{B}}: 0 \text{ se } \alpha > 3, \frac{\epsilon}{8} \text{ se } \alpha = 3, \frac{\epsilon}{3} \text{ se } \alpha < 3 \quad \boxed{\text{C}}: 0 \text{ se } \alpha > 2, \frac{\epsilon}{8} \text{ se } \alpha \leq 2 \quad \boxed{\text{D}}: 0 \text{ se } \alpha < 2, \frac{\epsilon}{3} \text{ se } \alpha \geq 2$$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^4 + 2x^3}{(1+x^2)^{\frac{1}{x}} - e^x}$$

vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}}: -\infty \quad \boxed{\text{B}}: 3 \quad \boxed{\text{C}}: 2 \quad \boxed{\text{D}}: -4$$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2 + \ln(e^n + 7)}{n^\alpha \ln(n+1)} \right)^{\frac{1}{3}}$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha > 1$ B : $\alpha > 4$ C : $\alpha > 5$ D : $\alpha > 2$

5. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 3x + 2} dx$$

vale

Risp.: A : $\ln 3 + 4 \ln 2$ B : $2 \ln 3 - 3 \ln 2$ C : $\ln 3 - \ln 2$ D : 0

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x + e^{-x} + 2} & \text{se } x \geq 0 \\ (\alpha + 3)x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) f ammette ammette $y = x - 3$ come asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ V F
 - (b) f ammette asintoto orizzontale per $x \rightarrow -\infty$ se e solo se $\alpha = -3$ V F
 - (c) f è continua in $x_0 = 0$ per ogni α V F
 - (d) f ammette un punto angoloso in $x_0 = 0$ se e solo se $\alpha > -3$ V F
 - (e) $f'(1) = \frac{3e^{-1}+5}{(e^{-1}+3)^2}$ V F
-