

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Ingegneria Civile e Ambientale, Ingegneria Meccanica e dei Materiali (Cognomi M-Z)

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Sia

$$A = \left\{ \frac{|n - 20| + \sqrt[3]{2}}{n + 1} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Allora

Risp.: **A** : $\min A = \frac{\sqrt[3]{2}}{21}$ e $\max A = 20 + \sqrt[3]{2}$ **B** : $\inf A = 1$ e $\max A = 20 + \sqrt[3]{2}$ **C** : $\min A = \frac{\sqrt[3]{2}}{21}$ e $\sup A = 1$ **D** : $\min A = 1$ e $\sup A = +\infty$

2. Il numero complesso $z \in \mathbb{C}$ tale che

$$\begin{cases} \operatorname{Im}\left(\frac{z}{z}\right) = 1 \\ |3z + 2i|^2 + \operatorname{Re}(z + 2\bar{z})\operatorname{Im}(z - \bar{z})i - 3(z\bar{z})(1 + i) \in \mathbb{R} \end{cases}$$

è dato da

Risp.: **A** : $-1 + 2i$ **B** : $-1 - i$ **C** : $-2 - i$ **D** : $2 - i$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + x} - x}{(e^{\frac{2}{x}} - 1)[\arctan(3x) + \sin \frac{1}{x}]}$$

vale

Risp.: **A** : $\frac{3}{\pi}$ **B** : $\frac{\pi}{3}$ **C** : 3π **D** : $\frac{1}{3\pi}$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{n^3 + 1} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{(\alpha-7)n^2}$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha \geq 8$ B : $\alpha \neq 7$ C : $\alpha < 7$ D : $\alpha < 8$

5. L'integrale

$$\int_{-\frac{\pi}{7}}^{\frac{\pi}{7}} [\sin^2(7x) + x^3 \arctan(x^2 + 1)] dx$$

vale

Risp.: A : $\frac{\pi}{7} + e$ B : π C : $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D : $\frac{\pi}{7}$

6. Sia data la funzione

$$f(x) = 2 \ln |\ln(x + 2)| + \ln(x + 2).$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) $\text{dom}(f) =] - 2, +\infty[$ V F
 - (b) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$ V F
 - (c) $f'(0) = \frac{\ln 2 + 2}{2 \ln 2}$ V F
 - (d) f è decrescente su $] - 2, -2 + e^{-2}[\cup] - 1, +\infty[$ V F
 - (e) f ammette un punto di massimo locale V F
-