

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Ingegneria Civile e Ambientale

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - x} + \ln(2x - x^2) + \sqrt{x-1} + \frac{1}{2x-3}$$

e sia E il dominio di f . Allora

Risp.: **A** : $\min E = 1$ e $\sup E = 2$ **B** : $\min E = 1$ e $\max E = 2$ **C** : $\inf E = \frac{3}{2}$ e $\sup E = 2$

D : $\min E = \frac{1}{2}$ e $\max E = 2$

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(\sqrt{n^2 + \ln(n^n)} - \sqrt{n^2 + 2}\right) n!}{\left(n^{\frac{2}{n}} - 1\right) ((n+1)! + 7^n)}$$

vale

Risp.: **A** : $\frac{e^7}{3}$ **B** : $\frac{1}{4}$ **C** : $\frac{1}{3}$ **D** : $+\infty$

3. Sia $\alpha > 0$. La serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{1}{n} - \arctan \frac{1}{n} + \frac{7}{n^{12}}\right) (n^{4\alpha} - \ln(n+1))$$

converge se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha < \frac{3}{4}$ **B** : $\alpha < \frac{1}{4}$ **C** : $\alpha < \frac{11}{4}$ **D** : $\alpha < \frac{1}{2}$

4. Sia $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arctan[(x-2)^2]}{x^2-4} & \text{se } x \neq 2 \\ 0 & \text{se } x = 2. \end{cases}$$

Allora $f'(2)$ vale

Risp.: A : $\frac{1}{2}$ B : $\frac{1}{4}$ C : 0 D : $\frac{\pi}{2}$

5. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy di

$$\begin{cases} y' + y = 3xe^{x^2-x} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Allora $y(\frac{1}{2})$ vale

Risp.: A : $\frac{3}{2} (e^{-\frac{1}{4}} - e^{-\frac{1}{3}})$ B : $3 (e^{-\frac{1}{2}} - e^{-\frac{1}{4}})$ C : $\frac{3}{2} (e^{-\frac{1}{4}} - e^{-\frac{1}{2}})$ D : $3 (e^{-\frac{1}{4}} - e^{-\frac{1}{5}})$

6. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x-1} - 3 \ln(1 + \sqrt{x-1})$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $\text{dom}(f) = [1, +\infty[$ V F

(b) f ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ V F

(c) $f'(1) = +\infty$ V F

(d) Il coefficiente angolare della retta tangente nel punto di ascissa 2 è $-\frac{1}{4}$ V F

(e) f è crescente per $x \geq 5$ V F
