

Cognome e nome ..... Firma .....

Matricola ..... Corso di Laurea .....

## Prima prova di Analisi Matematica I

Ingegneria Civile e Ambientale, Ingegneria Meccanica e dei Materiali (Cognomi M-Z)

**Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti**

**PUNTEGGI: Esercizi 1-5:** risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

**Esercizio 6:** risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Siano  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  tali che

$$\frac{iz_1 + ie^{2\pi i}}{1 + iz_1} = i + 3 \quad \text{e} \quad \frac{iz_2 + ie^{2\pi i}}{1 + iz_2} = 0.$$

Allora il coniugato del numero complesso  $\frac{z_1}{z_2}$  vale

*Risp.:* A :  $-\frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$    B :  $-\frac{6}{5}i$    C :  $-3 + \frac{6}{5}i$    D :  $6 - \frac{3}{5}i$

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + n^3) - 3 \ln n}{\sqrt{n^4 + \arctan \frac{3}{n}} - n^2}$$

vale

*Risp.:* A : 3   B :  $\frac{2}{3}$    C :  $\frac{2}{5}$    D :  $\frac{1}{7}$

3. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4 \left[ \cos(e^x - 1 - x) - (1 + x^4)^{\frac{1}{3}} \right]}{x^{\frac{4\alpha}{3}} \left( 11 + e^{-\frac{2}{x}} \right)}$$

vale

*Risp.:* A : 0 se  $\alpha \leq 3$ ,  $+\infty$  se  $\alpha > 3$    B : 0 se  $\alpha \neq 3$ ,  $-\frac{1}{6}$  se  $\alpha = 3$    C :  $-\infty$  se  $\alpha < 3$ , 0 se  $\alpha = 3$ ,  $-\frac{1}{6}$  se  $\alpha > 3$    D : 0 se  $\alpha < 3$ ,  $-\frac{1}{6}$  se  $\alpha = 3$ ,  $-\infty$  se  $\alpha > 3$

4. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{\frac{7}{n}} - 7 \sin \frac{1}{n} - 1}{\sqrt{n^8 + n^\alpha + 1} - \sqrt{n^8 + 1}}$$

converge se e solo se

Risp.:  A :  $\alpha > 4$     B :  $\alpha > 3$     C :  $\alpha < 2$     D :  $\alpha \geq 1$

---

5. Sia  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} e^{y-x} y' = \cos(e^x) \\ y(\log \pi) = \log 3. \end{cases}$$

Allora  $y(1)$  vale

Risp.:  A :  $\cos e$     B :  $\ln(e \cos e)$     C :  $\ln(\sin e + 3)$     D :  $\ln(\sin e + \pi - \sin 3)$

---

6. Sia data la funzione

$$f(x) = 2 \ln |\ln(x+2)| + \ln(x+2).$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a)  $\text{dom}(f) = ]-2, +\infty[ \setminus \{-1\}$     V    F
- (b)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$     V    F
- (c)  $f$  ammette asintoto obliquo per  $x \rightarrow +\infty$     V    F
- (d)  $f'(0) = \frac{2+\ln 2}{2 \ln 2}$     V    F
- (e)  $f$  è decrescente su  $] -2 + e^{-2}, -1[$     V    F
-