

---

Cognome e nome ..... Firma .....

Matricola ..... Corso di Laurea .....

## Seconda prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora

Rispondere alle seguenti domande.

### Domanda 1 (10 punti)

- (a) Enunciare il primo ed il secondo teorema fondamentale del calcolo integrale.
- (b) Dimostrare il primo teorema fondamentale del calcolo integrale.
- (c) Dare un esempio di funzione  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  integrabile ma non continua.

### Domanda 2 (10 punti)

- (a) Dare la definizione di derivata in un punto e fornirne un'interpretazione geometrica.
- (b) Dare la definizione di punto critico ed enunciare il teorema di Fermat.
- (c) Dare un esempio di funzione  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  che ammette un minimo locale in  $x_0 = \frac{1}{2}$  ma in cui non sono soddisfatte le conclusioni del teorema di Fermat.

### Domanda 3 (10 punti)

- (a) Enunciare il criterio del rapporto e della radice  $n$ -esima per le serie numeriche.
- (b) Dimostrare il criterio del rapporto.
- (c) Studiare tramite il criterio del rapporto il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{2^n + 1}$$