

---

Cognome e nome ..... Firma .....

Matricola ..... Corso di Laurea .....

## Seconda prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora

Rispondere alle seguenti domande.

### Domanda 1 (10 punti)

- (a) Enunciare il teorema degli zeri e dei valori intermedi.
- (b) Dimostrare il teorema dei valori intermedi.
- (c) Dare un esempio di funzione  $f : [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  tale che l'insieme immagine non è un intervallo.

### Domanda 2 (10 punti)

- (a) Dare la definizione di polinomio di Taylor di una funzione.
- (b) Enunciare e dimostrare la proprietà fondamentale di approssimazione del polinomio di Taylor e fornirne un'interpretazione geometrica e analitica.
- (c) Scrivere il polinomio di Taylor di ordine due della funzione  $f(x) = \sin(2x)$  nel punto  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

### Domanda 3 (10 punti)

- (a) Enunciare il criterio del rapporto e della radice per le serie numeriche.
- (b) Dare la definizione di convergenza assoluta ed enunciare il criterio di convergenza associato.
- (c) Dimostrare il criterio del rapporto.