

---

Cognome e nome ..... Firma .....

Matricola ..... Corso di Laurea .....

## Seconda prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora

Rispondere alle seguenti domande.

### Domanda 1 (10 punti)

- (a) Dare la definizione di intorno di un punto  $x_0 \in \overline{\mathbb{R}}$  e di funzione continua tramite gli intorni.
- (b) Enunciare il teorema dei valori intermedi e dimostrarlo.
- (c) Dare un esempio di funzione  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  discontinua in  $x_0 = 1$  ma tale che  $f([0, 2])$  sia un intervallo.

### Domanda 2 (10 punti)

- (a) Enunciare la regola di derivazione della somma e del prodotto di due funzioni.
- (b) Dimostrare la regola di derivazione del prodotto.
- (c) Ricavare tramite la definizione la derivata di  $y = \ln x$ .

### Domanda 3 (10 punti)

- (a) Enunciare il criterio del confronto asintotico per le serie numeriche.
- (b) Dare la definizione di convergenza assoluta ed enunciare il criterio di convergenza associato.
- (c) Dare un esempio di successione  $a_n \geq 0$  tale che  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^3$  diverge mentre  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^4$  converge.