

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Siano

$$A = \{z \in \mathbb{C} : (\bar{z} + 2i)(z - 2i) - |z - 2|^2 = 4\operatorname{Im}(i - z)\}$$

e

$$B = \{z \in \mathbb{C} : |z - e^{\frac{3}{2}\pi i}| \leq \sqrt{2}\}.$$

Allora $A \cap B$ è dato da

Risp.: ☐ A : un segmento parallelo all'asse y ☐ B : un segmento parallelo all'asse x ☐ C : una circonferenza ☐ D : una semiretta

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\arctan(n! - n^n) \sin \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}}{\sqrt{n^{3\alpha} + 3} - \sqrt{n^2 - 2}}$$

vale

Risp.: ☐ A : -5 se $\alpha = \frac{3}{2}$, 0 altrimenti ☐ B : $-\frac{\pi}{5}$ se $\alpha = \frac{2}{3}$, 0 altrimenti ☐ C : $-\frac{1}{5}$ se $\alpha = \frac{2}{3}$, $-\infty$ altrimenti ☐ D : 0 se $\alpha = \frac{2}{3}$, $-\infty$ altrimenti

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\cosh x - \cos x)^{\frac{3}{2}}}{(3x^4 - 7x^2) \left[(1 + x^3)^{\frac{1}{x^2}} - 1 \right]}$$

vale

Risp.: ☐ A : $+\infty$ ☐ B : $\frac{1}{3}$ ☐ C : -2 ☐ D : $-\frac{1}{7}$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{[(n+1)! - n!]n^{7\alpha}}{(n! + 2) \sinh \frac{1}{n^{9+1}}}$$

converge se e solo se

Risp.: ☐A : $\alpha \geq 7$ ☐B : $\alpha < -\frac{11}{7}$ ☐C : $\alpha < 0$ ☐D : $\alpha > \frac{1}{7}$

5. L'integrale

$$\int_1^3 \frac{|x-2|-x}{x} dx$$

vale

Risp.: ☐A : $-2 \ln 3$ ☐B : $3 \ln 2$ ☐C : $4 \ln 2 - 2 \ln 3 - 2$ ☐D : $2 \ln 2 - 3 \ln 3 + 2$

6. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{x+2}{\log(x+2)}.$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) $\text{dom}(f) =]-2, +\infty[\setminus \{-1\}$ ☐V ☐F
- (b) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$ ☐V ☐F
- (c) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = +\infty$ ☐V ☐F
- (d) $x = e - 2$ è un punto di minimo locale ☐V ☐F
- (e) L'equazione $f(x) = e + 7$ ha due soluzioni ☐V ☐F
-