Cognome e nome .... Firma ....

Matricola .... Corso di Laurea ....

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: **Esercizi 1-5**: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0. **Esercizio 6**: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = −0.25; risposta non data = 0.

---

1. Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ dato da
$$A = \left\{ \arctan\left(e^{-n}\right) - [(-1)^n + 1]\pi \,:\, n \in \mathbb{N} \right\}.$$
Allora
Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\max A = -\frac{7}{4}\pi$ e $\inf A = -2\pi$ $\boxed{\text{B}}$: $\sup A = 0$ e $\min A = -\frac{7}{4}\pi$ $\boxed{\text{C}}$: $\max A = \arctan e^{-1}$ e $\inf A = -2\pi$ $\boxed{\text{D}}$: $\max A = \arctan e^{-1}$ e $\min A = -\frac{7}{4}\pi$

---

2. Il luogo dei punti $z = x + iy \in \mathbb{C}$ tali che il numero complesso
$$(z - 2i)(\bar{z} + 2i) - |z - 2|^2 + 4i(z + 1)$$
è reale e non negativo è dato da
Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\left\{(-1, y) \,:\, y \le -\frac{1}{2}\right\}$ $\boxed{\text{B}}$: $\{(-1, y) \,:\, y > 1\}$ $\boxed{\text{C}}$: $\left\{(0, y) \,:\, y > \frac{3}{2}\right\}$ $\boxed{\text{D}}$: $\{(0, y) \,:\, y > 1\}$

---

3. Il limite
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^x - 7x \ln x - 1}{(e^x + 1)(1 - \cos\sqrt{x})(\ln x + 1)}$$
vale
Risp.: $\boxed{\text{A}}$: -7 $\boxed{\text{B}}$: 1 $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: -6

---

4. Sia $\alpha > 0$. La serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n^4 + 1)[(2n)! + 1]}{(2n + 2)! + 7e^n} \left(1 - \cos^2 \frac{1}{n^\alpha}\right)$$
converge se e solo se
Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < 1$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \ge 3$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > 1$

---

5. La soluzione generale di

$$y'' - 2y' + y = 3e^x$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x^2e^x + (c_1 + c_2x)e^x$ $\boxed{\text{B}}$: $3e^x + c_1e^x + c_2e^{-x}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{3}{2}x^2e^x + (c_1 + c_2x)e^x$ $\boxed{\text{D}}$: $3xe^x + (c_1 + c_2x)e^x$

---

6. Sia data la funzione

$$f(x) = x - 2\ln(e^x + 1)$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $dom(f) = \mathbb{R}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) f non ammette asintoto obliquo per $x \to +\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $y = x$ è asintoto obliquo per $x \to -\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $x = 0$ è punto di minimo assoluto $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) L'insieme immagine di f è dato da $]-\infty, -2\ln 2]$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
