

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. IL numero complesso $z \in \mathbb{C}$ tale che

$$\begin{cases} |z| = 7 \\ \frac{ze^{\frac{3}{4}\pi i}}{|z| + 4} \in \mathbb{R}^+ \end{cases}$$

è dato in forma esponenziale da

Risp.: $\boxed{\text{A}} : 7e^{\frac{7}{4}\pi i}$ $\boxed{\text{B}} : e^{\frac{5}{4}\pi i}$ $\boxed{\text{C}} : e^{\frac{3}{4}\pi i}$ $\boxed{\text{D}} : 7e^{\frac{5}{4}\pi i}$

2. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x\sqrt{1+x^2} - \sin x}{(1+x^2)^x - \sqrt{1+x^3}} (1+7x)^{\frac{1}{x}}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}} : \frac{4}{3}e^7$ $\boxed{\text{B}} : \frac{5}{3}e$ $\boxed{\text{C}} : \frac{5}{3}e^7$ $\boxed{\text{D}} : \frac{2}{3}$

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \left| \left(\frac{x}{2} \right)^2 - 1 \right| (x+2)e^{\frac{1}{|x|+1}}$$

Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}} : f'_+(2) = e^{\frac{1}{3}}$ e $f'_-(2) = -e^{\frac{1}{3}}$ $\boxed{\text{B}} : f'_+(2) = f'_-(2) = 4$ $\boxed{\text{C}} : f'_+(2) = 4e^{\frac{1}{3}}$ e $f'_-(2) = -4e^{\frac{1}{3}}$ $\boxed{\text{D}} : f'_+(2) = 4$ e $f'_-(2) = -4$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{[7 + \arctan x] \left(\tan \frac{1}{x} - \frac{1}{x} \right)^\alpha}{\ln(x^4 + 3) - \ln(x^4 + 1)} dx$$

converge se e solo se

Risp.: ☐A : $\alpha > 2$ ☐B : $\alpha > \frac{5}{3}$ ☐C : $\alpha > \frac{4}{3}$ ☐D : $\alpha > 0$

5. La soluzione generale di

$$y'' + y = 3xe^x$$

è data da

Risp.: ☐A : $y = 3xe^x + c_1 \cos x + c_2 \sin x$ ☐B : $y = -2xe^x + c_1 \cos x + c_2 \sin x$ ☐C : $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$ ☐D : $y = \frac{3}{2}(x-1)e^x + c_1 \cos x + c_2 \sin x$

6. Sia data la funzione

$$f(x) = xe^{\frac{x+2}{x-2}}.$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) $\text{dom}(f) =]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$ ☐V ☐F
- (b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$ ☐V ☐F
- (c) $y = e(x+3)$ è asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ ☐V ☐F
- (d) Il punto $x = 2(2 - \sqrt{3})$ è un massimo locale ☐V ☐F
- (e) L'equazione $f(x) = -7$ ha una soluzione ☐V ☐F
-