

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Seconda prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora

Rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1 (10 punti)

- (a) Dare la definizione di intorno di un punto in $\bar{\mathbb{R}}$ e di continuità tramite gli intorni.
- (b) Enunciare il teorema degli zeri e il teorema di Weierstrass.
- (c) Dimostrare il teorema di Weierstrass.

Domanda 2 (10 punti)

- (a) Enunciare i due teoremi fondamentali del calcolo integrale.
- (b) Dimostrare il primo teorema fondamentale del calcolo.
- (c) Dare un esempio di funzione $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ non integrabile secondo Riemann, giustificando la risposta.

Domanda 3 (10 punti)

- (a) Enunciare il criterio del rapporto e della radice ennesima.
- (b) Dare la definizione di convergenza assoluta ed enunciare il criterio associato.
- (c) Dare un esempio di successione positiva $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tale che $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ sia divergente e $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^3$ sia convergente.