
Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

- Svolgere gli esercizi sui fogli di protocollo e segnare le risposte sul presente foglio.
 - PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0. Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0. Lo svolgimento dell'esercizio è parte integrante della risposta. Soglia di ammissione alla prova di teoria: 14,5.
 - Consegnare il presente foglio e tutti i fogli dello svolgimento.
 - Vietato utilizzare libri, appunti, calcolatori, dispositivi elettronici.
-

1. Siano z_1 e z_2 le soluzioni dell'equazione $(z - 3)^2 = -i$. Allora $z_1 + z_2$ vale

Risp.: ☐ A : 6 ☐ B : 3 ☐ C : $\sqrt{2}$ ☐ D : $3 - i$

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{n^6}{3} + \ln(n+1)}}{[-(n+2)! + n!] \left(1 - e^{\frac{1}{3(n-1)!}}\right)}$$

vale

Risp.: ☐ A : $\sqrt{3}$ ☐ B : 0 ☐ C : 3 ☐ D : $-\infty$

3. Sia $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \frac{1}{2-x}$. Allora il polinomio di Taylor in $x_0 = 0$ di grado 2 è dato da

Risp.: ☐ A : $\frac{1}{2} + \frac{x}{2^2} + \frac{x^2}{2!2^3}$ ☐ B : $\frac{1}{2} - \frac{x}{2^2} - \frac{x^2}{2^3}$ ☐ C : $\frac{1}{2} - \frac{x}{2!2} - \frac{x^2}{3!2^2}$ ☐ D : $\frac{1}{2} + \frac{x}{2^2} + \frac{x^2}{2^3}$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{1 + \sqrt{n}} - \sqrt[4]{n}}{n^\alpha [7 + e^{-n}]}$$

converge se e solo se

Risp.: ☐ A : per ogni α ☐ B : $\alpha > 0$ ☐ C : $\alpha > \frac{3}{4}$ ☐ D : $\alpha > -\frac{1}{4}$

5. La soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y = 7x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

è data da

Risp.: ☐A : $-7x + 7 \cosh x - 7$ ☐B : $-7x + 7 \sinh x$ ☐C : $-7x + 7 \sin x$ ☐D : $-7x + 7 \cos x - 7$

6. Sia $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x) = \ln(e^x - 3) - 2x$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) Il dominio I di f è $]3, +\infty[$ ☐V ☐F
 - (b) $\lim_{x \rightarrow \ln 3} f(x) = -\infty$ ☐V ☐F
 - (c) $y = -x$ è asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ ☐V ☐F
 - (d) f è decrescente su $] \ln 3, \ln 6[$ ☐V ☐F
 - (e) L'equazione $f(x) = 0$ non ha soluzioni ☐V ☐F
-