
Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

- Svolgere gli esercizi sui fogli di protocollo e segnare le risposte sul presente foglio.
 - PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0. Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0. Lo svolgimento dell'esercizio è parte integrante della risposta. Soglia di ammissione alla prova di teoria: 14,5.
 - Consegnare il presente foglio e tutti i fogli dello svolgimento.
 - Vietato utilizzare libri, appunti, calcolatori, dispositivi elettronici.
-

1. Siano

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} \left(\frac{z-3}{z+3i} \right) > 1 \right\} \quad \text{e} \quad B = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) < -\frac{3}{2} \right\}.$$

Allora $A \cap B$ è dato da*Risp.:* ☐ A : un semipiano ☐ B : un semicerchio ☐ C : una semiretta ☐ D : una circonferenza

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^\alpha (\sqrt{1+x^7} - 1)}{\ln(1+x \arctan x) - e^{x^2} + 1}$$

vale

Risp.: ☐ A : 0 se $\alpha \geq -3$, $+\infty$ se $\alpha < -3$ ☐ B : 0 se $\alpha > -3$, $-\frac{3}{8}$ se $\alpha = -3$, $-\infty$ se $\alpha < -3$
☐ C : $-\infty$ se $\alpha > -3$, $-\frac{1}{2}$ se $\alpha = -3$, 0 se $\alpha < -3$ ☐ D : $+\infty$ se $\alpha \geq -3$, $-\infty$ se $\alpha < -3$

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x) = \arctan(x-7) \sqrt[3]{x^2-49}$$

Allora

Risp.: ☐ A : $f'(7) = +\infty$ e $f'(-7) = 0$ ☐ B : $f'(7) = -\infty$ e $f'(-7) = +\infty$ ☐ C : $f'(7) = 0$ e $f'(-7) = 0$ ☐ D : $f'(7) = 0$ e $f'(-7) = +\infty$

4. Sia E l'insieme degli $\alpha > 0$ tali che la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n)!}{(4\alpha)^n (n!)^3}$$

è convergente. Allora $\inf E$ vale

Risp.: ☐ A : $\frac{27}{4}$ ☐ B : 4 ☐ C : $\frac{1}{27}$ ☐ D : 0

5. Sia y la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' = 6x, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = -\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: ☐ A : $\frac{1}{6}$ ☐ B : 6 ☐ C : $\frac{1}{3}$ ☐ D : 3

6. Sia data la funzione $f : I \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x+2)^2}{x-1}}.$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) Il dominio I di f è $]1, +\infty[$ ☐ V ☐ F
(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ☐ V ☐ F
(c) $f'(0) < 0$ ☐ V ☐ F
(d) $x = 4$ è un punto di minimo locale ☐ V ☐ F
(e) f è suriettiva ☐ V ☐ F
-