Cognome e nome .... Firma ....

Matricola .... Corso di Laurea ....

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: **Esercizi 1-5**: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0. **Esercizio 6**: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = −0.25; risposta non data = 0.

---

1. Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ dato da
$$A = \left\{ 3\sin\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi\right) + \frac{2(-1)^n}{n+1} \,:\, n \in \mathbb{N} \right\}.$$
Allora
Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\max A = 5$ e $\inf A = 0$ $\boxed{\text{B}}$: $\sup A = 0$ e $\min A = -5$ $\boxed{\text{C}}$: $\max A = 5$ e $\min A = -4$ $\boxed{\text{D}}$: $\max A = 4$ e $\min A = 0$

---

2. Le radici cubiche del numero complesso
$$z = (1+i)^6 + \frac{1+i\sqrt{3}}{7(i+\sqrt{3})} - \frac{8}{i}.$$
sono date da
Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\left\{ \frac{1}{\sqrt[3]{7}} e^{i\frac{\pi}{18}}, \frac{1}{\sqrt[3]{7}} e^{i\frac{13}{18}\pi}, \frac{1}{\sqrt[3]{7}} e^{i\frac{25}{18}\pi} \right\}$ $\boxed{\text{B}}$: $\left\{ \frac{1}{\sqrt[3]{7}} e^{i\frac{\pi}{3}}, \frac{1}{\sqrt[3]{7}} e^{i\pi}, \frac{1}{\sqrt[3]{7}} e^{i\frac{5}{3}\pi} \right\}$ $\boxed{\text{C}}$: $\left\{ \frac{1}{7^3} e^{i\frac{\pi}{18}}, \frac{1}{7^3} e^{i\frac{13}{18}\pi}, \frac{1}{7^3} e^{i\frac{25}{18}\pi} \right\}$ $\boxed{\text{D}}$: $\left\{ \sqrt[3]{7} e^{i\frac{\pi}{3}}, \sqrt[3]{7} e^{i\pi}, \sqrt[3]{7} e^{i\frac{5}{3}\pi} \right\}$

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{4\left(\sqrt{e^{x^2} + \left(\frac{3}{x}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{3}{x}\right)^2 + x^2 + 1}\right) x^{\alpha+1}}{3\left(\sin x - x + \frac{x^3}{3}\right)}$$
vale
Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 se $\alpha > -3$, $+\infty$ se $\alpha \leq -3$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{2}{3}$ se $\alpha = -3$, $-\infty$ se $\alpha \neq -3$ $\boxed{\text{C}}$: 0 se $\alpha > -3$, $\frac{2}{3}$ se $\alpha \leq -3$ $\boxed{\text{D}}$: 0 se $\alpha > -3$, $\frac{2}{3}$ se $\alpha = -3$, $+\infty$ se $\alpha < -3$

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\alpha-2}\left(1-\cos\left(\frac{1}{n+\ln n}\right)\right)\ln(n^2+7)$$

converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq 3$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha < 2$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < 3$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \geq 2$

---

5. La soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 2xy = 7e^{-x^2} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $2 + 7xe^{x^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $2 + 7x^2$ $\boxed{\text{C}}$: $(2+7x)e^{-x^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $2e^{-x^2}$

---

6. Sia data la funzione

$$f(x) = 2[x + \log(1+x^2)].$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $dom(f) = \mathbb{R}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $y = 2x + 1$ è asintoto obliquo per $x \to +\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) La retta tangente nell'origine è data da $y = 3x$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) L'equazione $f(x) = 3$ ammette una sola soluzione. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
