

Cognome e nome ..... Firma .....

Matricola ..... Corso di Laurea .....

## Prima prova di Analisi Matematica I

**Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti**

**PUNTEGGI: Esercizi 1-5:** risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

**Esercizio 6:** risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. Sia  $A = \{a_n : n \in \mathbb{N}\} \subseteq \mathbb{R}$  dove

$$a_n = \min \left\{ \frac{3n+2}{n+1}, \left( n - \frac{21}{2} \right)^2 \right\}$$

Allora

*Risp.:* **A** :  $\min A = 2$  e  $\sup A = 3$    **B** :  $\min A = \frac{1}{4}$  e  $\sup A = 3$    **C** :  $\min A = 2$  e  $\sup A = +\infty$

**D** :  $\min A = \frac{21}{2}$  e  $\sup A = +\infty$

2. L'insieme degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\begin{cases} \operatorname{Im} [i|z|^2 + 2(\bar{z} + iz) - 3i + 2(z - i\bar{z})] \leq 0 \\ \operatorname{Re} [|Re(z)| + iz] \leq 0 \end{cases}$$

è dato da

*Risp.:* **A** : un quarto di cerchio   **B** : un cerchio   **C** : un segmento   **D** : due segmenti

3. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(5e^n - 7e^{\sqrt{n}}) \left( \sqrt[6]{1 + \frac{1}{n^2}} - 1 \right)}{(e^{n+7} + 1) \left( e^{\frac{1}{n}} - \sin \frac{1}{n} - 1 \right)^2 (n^2 + 1)}$$

vale

*Risp.:* **A** :  $\frac{5}{6}$    **B** :  $+\infty$    **C** :  $\frac{5}{6}e^7$    **D** :  $\frac{10}{3e^7}$

4. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan \frac{1}{x}}{x^{3\alpha}(x^3 - \cos x + 1)} dx$$

converge se e solo se

Risp.:  A :  $0 < \alpha < 1$     B :  $\alpha \geq -\frac{1}{3}$     C :  $-1 < \alpha < -\frac{1}{3}$     D : per nessun valore di  $\alpha$

---

5. Sia  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora  $y(1)$  vale

Risp.:  A :  $e$     B :  $0$     C :  $e^{-1}$     D :  $2e$

---

6. Sia data la funzione

$$f(x) = 3 \arctan x + \frac{1}{x}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$     V    F
  - (b)  $f$  è una funzione dispari    V    F
  - (c)  $y = -\frac{3}{2}\pi$  è asintoto orizzontale per  $x \rightarrow -\infty$     V    F
  - (d)  $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$  è un punto di minimo locale    V    F
  - (e)  $Im(f)$  è un intervallo    V    F
-