
Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

- Svolgere gli esercizi sui fogli di protocollo e segnare le risposte sul presente foglio.
 - PUNTEGGI: Esercizi 1-5: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0. Esercizio 6: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0. Lo svolgimento dell'esercizio è parte integrante della risposta. Soglia di ammissione alla prova di teoria: 14,5.
 - Consegnare il presente foglio e tutti i fogli dello svolgimento.
 - Vietato utilizzare libri, appunti, calcolatori, dispositivi elettronici.
-

1. Sia

$$z = \sqrt{3}(1 + i)$$

Allora le radici cubiche di z^{10} sono date da

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : \{6^{\frac{5}{3}}e^{\frac{\pi}{6}i}, 6^{\frac{5}{3}}e^{\frac{5}{6}\pi i}, 6^{\frac{5}{3}}e^{\frac{3}{2}\pi i}\} \quad \boxed{\text{B}} : \{6^{\frac{4}{3}}e^{\frac{\pi}{3}i}, 6^{\frac{4}{3}}e^{\frac{2}{3}\pi i}, 6^{\frac{4}{3}}e^{\frac{5}{3}\pi i}\} \quad \boxed{\text{C}} : \{6^{\frac{5}{3}}e^{\frac{\pi}{6}i}, 6^{\frac{5}{3}}e^{\frac{7}{6}\pi i}, 6^{\frac{5}{3}}e^{\frac{11}{6}\pi i}\} \\ \boxed{\text{D}} : \{6^{\frac{4}{3}}e^{\frac{\pi}{6}i}, 6^{\frac{4}{3}}e^{\frac{7}{6}\pi i}, 6^{\frac{4}{3}}e^{\frac{11}{6}\pi i}\}$$

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(n^3 + 4) + \pi}{\ln(n^4 + 5) + 2} \left(\frac{2n^2 + 1}{2n^2 - 4} \right)^{n^2 + 1}$$

vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : \frac{\ln 3}{\ln 4} e^{\frac{5}{2}} \quad \boxed{\text{B}} : \frac{3}{4} e^{\frac{5}{2}} \quad \boxed{\text{C}} : \frac{\ln 3}{\ln 4} e^5 \quad \boxed{\text{D}} : \frac{\pi}{2} e^5$$

3. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = (x+2)e^x$. Allora il polinomio di Taylor in $x_0 = 1$ di grado 2 vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : 2e + 3e(x-1) + \frac{3}{2}e(x-1)^2 \quad \boxed{\text{B}} : 3e - 4e(x-1) + 5e(x-1)^2 \quad \boxed{\text{C}} : 2e + 3e(x-1) - \frac{3}{2}e(x-1)^2 \quad \boxed{\text{D}} : 3e + 4e(x-1) + \frac{5}{2}e(x-1)^2$$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio

$$\int_0^3 \frac{\ln^\alpha(1+3x)}{(3-x)^{\alpha-7}} dx$$

è convergente se e solo se

Risp.: ☐A : per nessun valore di α ☐B : $-1 < \alpha < 8$ ☐C : $\alpha > 7$ ☐D : $0 < \alpha < 3$

5. Una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(x-49)}$$

sull'intervallo $]49, +\infty[$ è data da

Risp.: ☐A : $7 \ln \frac{x-7}{x+7}$ ☐B : $7 \ln \frac{x^2-7}{x^2+7}$ ☐C : $\frac{1}{7} \ln \frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}+7}$ ☐D : $\ln \frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}+7}$

6. Sia data la funzione $f : I \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{(x+2)^2}}.$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) Il dominio I di f è $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ ☐V ☐F
 - (b) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$ ☐V ☐F
 - (c) $x = 1$ è un punto di cuspidè ☐V ☐F
 - (d) $x = 4$ è un punto di massimo assoluto ☐V ☐F
 - (e) f non è iniettiva ☐V ☐F
-