

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea

Seconda prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora

Rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1 (10 punti)

- (a) Dare la definizione di derivata e di funzione derivabile in un punto, fornendone un'interpretazione geometrica.
- (b) Ricavare le derivate delle funzioni $y = \sin x$ e $y = \cos x$ (giustificando la risposta).
- (c) Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange.

Domanda 2 (10 punti)

- (a) Enunciare i teoremi fondamentali del calcolo integrale.
- (b) Dimostrare il secondo teorema fondamentale del calcolo integrale.
- (c) Dare un esempio di una funzione $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ non integrabile tale che $|f|$ lo sia.

Domanda 3 (10 punti)

- (a) Scrivere l'enunciato del criterio del rapporto e del criterio di Leibnitz per le serie numeriche.
- (b) Dare la definizione di convergenza assoluta e discutere il suo legame con la convergenza semplice.
- (c) Discutere convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n+3} + 1}$$